

Un Modelo de Alerta Temprana basado en Análisis Factorial Robusto y Funciones Discriminantes Bayesianas - Una Aplicación al Sistema Financiero de Bolivia

R. Gonzales Martínez*

29 de junio de 2011

Resumen

Las autoridades de supervisión utilizan modelos de alerta temprana para identificar anticipadamente a entidades con problemas financieros. En la práctica, la construcción de estos modelos macroprudenciales se dificulta por (i) la multicolinealidad intrínseca de los indicadores financieros, (ii) las observaciones aberrantes de estos indicadores, y (iii) porque los modelos lineales no incorporan rigurosamente la experiencia financiera de los supervisores. En esta investigación se sugiere calcular factores financieros con una matriz varianza-covarianza robusta a la distorsión de las entidades intervenidas y especificar un modelo de alerta temprana con una función discriminante Bayes-Fisher que incorpora los criterios de los supervisores sobre las probabilidades de riesgo sistémico. Los resultados de una aplicación al sistema financiero de Bolivia muestran que con este enfoque se obtienen estimaciones robustas y con una buena tasa de clasificación. La mejora en la precisión del modelo parece deberse a la reducción de la dimensionalidad que elimina la redundancia, y a la inclusión de probabilidades a priori que simplifica la categorización.

Clasificación JEL: C10, C11, G21

Palabras clave: Modelos de alerta temprana, análisis multivariante robusto, funciones discriminantes bayesianas

1. Introducción

El sistema financiero es imprescindible para el desarrollo y el crecimiento de una economía porque permite la intermediación entre el ahorro y el crédito, asigna eficientemente recursos financieros, provee medios de pago y contribuye a la diversificación de riesgos (Kindelán y otros, 2009). Debido a su importancia, las autoridades de supervisión evalúan constantemente el buen funcionamiento de este sistema con modelos de alerta temprana.

Los modelos de alerta temprana son un sistema funcional macroprudencial que permite anticipar riesgos en el sistema financiero. En la práctica, algunas dificultades se presentan durante la construcción de estos modelos:

- La multicolinealidad de los indicadores financieros impide separar el efecto individual de cada indicador y puede ocasionar que se incluyan indicadores irrelevantes o se excluyan indicadores sustanciales.
- Las observaciones aberrantes, de entidades que históricamente presentaron problemas financieros, pueden alterar dramáticamente las estimaciones estadísticas, sesgando los modelos de alerta temprana.
- Finalmente, los modelos de alerta temprana no incorporan rigurosamente la experiencia financiera de los supervisores¹.

Este estudio propone un modelo de alerta temprana que pretende superar estas deficiencias:

*Este trabajo fue realizado por el autor para la *Maestría en Estadística Aplica y Estadística para el Sector Público*, dictada en la Universidad de Alcalá.

¹Este aspecto ha ganado relevancia después de la crisis financiera de 2008, debido a que muchas causas potenciales de la crisis pueden ser numéricamente difíciles de medir o ser individuales a cada sistema financiero, como el desarrollo divergente entre la economía y el sector financiero, la existencia de shocks sin precedentes, los riesgos propios de cada entidad y el contagio entre instituciones que se propaga por las complejas características del mercado financiero y sus productos.

- Se sugiere calcular factores financieros con análisis factorial robusto. Este análisis aprovecha la multicolinealidad y resume un gran número de indicadores en unos cuantos factores robustos a la distorsión de las observaciones aberrantes.
- Con los factores robustos, se plantea especificar un modelo de alerta temprana con una función discriminante Bayes-Fisher. Esta función permite incorporar la percepción de los supervisores sobre la probabilidad de riesgo sistémico y obtener una clasificación de las entidades con y sin problemas financieros.

Los resultados de experimentos de categorización y del estadístico Q de adecuabilidad de clasificación muestran que estimaciones robustas y con una buena tasa de categorización se obtienen con este enfoque.

La sección 2 del documento describe la construcción del modelo de supervisión. La sección 3 ejemplifica el uso de este modelo y evalúa su capacidad para detectar correctamente a entidades con problemas financieros. La sección 4 concluye.

2. Modelo de alerta temprana

Los modelos de alerta temprana son utilizados por supervisores del sistema financiero para identificar anticipadamente a entidades susceptibles de mostrar problemas financieros. En estos modelos se analizan p -indicadores financieros r_1, r_2, \dots, r_p que representan la situación del capital, los activos, la gestión, los rendimientos o la liquidez de una entidad financiera². En base a la información histórica de entidades financieras quebradas y vigentes, se construye una variable binaria objetivo y_t ,

$$y_t = \begin{cases} 1 & \text{si la entidad quebró} \\ 0 & \text{si la entidad está vigente} \end{cases}$$

y a través de alguna función $f(\cdot)$,

$$y_t = f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p; r_1, r_2, \dots, r_p)$$

²Dimensiones financieras como el capital, los activos, la gestión, los rendimientos o la liquidez no son observables directamente, sino que se miden a través de indicadores financieros. Ya que estas dimensiones son esencialmente constructos hipotéticos ideados para entender y representar una característica de la entidad financiera, pueden considerarse variables latentes inobservables aún en la población (la totalidad del sistema financiero), que sin embargo tienen efectos medibles a través de los indicadores financieros, que son variables observables. Véase Everitt (1984) para una discusión sobre variables latentes inobservables.

³Esta reducción de la dimensionalidad a factores ortogonales evita además la pérdida de grados de libertad.

⁴Imponiendo las restricciones, $E(F_i) = 0$, $E(\varepsilon_i) = 0$, $E(F_i \varepsilon_i) = 0$, $E(F_i F_i') = \Phi$, $E(\varepsilon_i \varepsilon_i) = \Psi$, con Ψ una matriz diagonal de varianzas, puede derivarse la relación fundamental del análisis factorial, $\text{var}(X) = L\Phi L' + \Psi$, las varianzas de los ratios pueden descomponerse en, $\sigma_{jj} = h_j^2 + \psi_j$, donde h_j^2 , denominada comunalidad, representa la porción común de la varianza de la j -variable, y ψ_j es la porción única de la varianza. Dado que en factores ortogonales, $\text{var}(X, F) = L$, la relación $\text{var}(X)$ resulta, $\text{var}(X) = LL' + \Psi$, donde las comunalidades h_j^2 estarán dadas por elementos diagonales de LL' . Con los estimadores de L y Ψ , se estima la matriz varianza-covarianza $\Sigma = LL' + \Psi$ y la matriz varianza-covarianza ajustada $\Sigma = LL'$. Si S es la matriz observada, puede utilizarse ésta para definir la matriz de varianza residual $E = S - \Sigma$.

se estima la importancia de cada indicador, *i.e.* los parámetros $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$.

En la práctica, algunos problemas que dificultan la construcción de estos modelos de supervisión son: la multicolinealidad de los indicadores financieros, la distorsión en las estimaciones producida por las observaciones aberrantes de las entidades quebradas, y finalmente el hecho de que no se incorpora los criterios de los supervisores directamente en el modelo de alerta temprana. El análisis multivariante moderno ofrece un conjunto de técnicas convenientes para superar estas deficiencias:

(1) El análisis factorial resuelve el problema de la multicolinealidad entre indicadores financieros, ya que aprovecha la colinealidad entre varios indicadores para obtener una representación de éstos en términos de un número menor de factores³. Sea X_i un vector multivariante que contiene los indicadores financieros r_1, r_2, \dots, r_p de cada entidad, en el modelo,

$$X_i - \mu = LF_i + \varepsilon_i$$

μ es un vector ($p \times 1$) de medias de la variable, L la matriz ($p \times m$) de cargas factoriales, F_i es un vector ($m \times 1$) de factores financieros latentes (inobservables), denominados factores comunes, y ε_i un vector ($p \times 1$) de errores; este modelo permite expresar los indicadores en términos de m factores latentes, a través de la matriz de cargas factoriales L . Estas dimensiones financieras latentes, que explican la estructura de covarianza observada entre los ratios financieros, estarán contenidas en F_i , por lo que mediante una descomposición factorial la representación m -dimensional ($m \ll p$) representará conceptos como el capital, los activos, la gestión, los rendimientos o la liquidez de una entidad financiera⁴.

(2) Las observaciones aberrantes pueden distorsionar los procedimientos estadísticos clásicos, e.g. la técnica clásica de análisis factorial computa y descompone la matriz varianza-covarianza muestral S ,

$$S = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N X_i X_i'$$

Esta matriz S sin embargo no es robusta a la presencia de *outliers* en los datos (Pison et al., 2001), de-

bido a que las observaciones aberrantes tienen un efecto distorsionador sobre el cálculo de la locación. Puede emplearse empero un análisis factorial robusto al momento de construir las variables financieras latentes del modelo de supervisión.

En el análisis factorial robusto se calcula una matriz de varianza-covarianza robusta (\mathbf{R}) en lugar de la matriz \mathbf{S} . La matriz \mathbf{R} se obtiene con el algoritmo MCD (*Minimum Covariance Determinant*) de Rousseeuw y Van Driessden (1999), que escoge un sub-conjunto de los datos con el menor determinante de la matriz varianza covarianza y luego estima la locación MCD con la media de estos puntos.

(3) Por último, los modelos basados en una función $f(\cdot)$ clásica –como el modelo de puntuaciones discriminantes Z de Altman (1968) o modelos logísticos– no incorporan rigurosamente la experiencia financiera de los supervisores, ya que los $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ parámetros se estiman solamente con la información disponible de los datos, o en una situación peor, los expertos alteran subjetivamente el modelo hasta obtener los resultados deseados.

Un modelo de alerta temprana que incorpore de forma rigurosa el criterio de los supervisores puede construirse utilizando la función discriminante Bayes-Fisher sugerida por Huang y Li (1991).

Función discriminante bayesiana de Huang y Li (1991). Sean k distintas poblaciones G_i con medias $\mu^{(i)}$, matrices de varianza-covarianza $\Sigma^{(i)}$ y probabilidades a priori \mathbb{P}_i ($i = 1, \dots, k$) conocidas. Dada una función lineal de la muestra y , $u(y) = u^T y$, es necesario encontrar una solución u_0 tal que,

$$f(u_0) = \text{máx } f(u_0) = \text{máx } u^T B u / u^T E u$$

donde,

$$E = \sum_{i=1}^k \mathbb{P}_i \Sigma^{(i)},$$

$$B = \sum_{i=1}^k \mathbb{P}_i \left[\mu^{(i)} - \sum_{i=1}^k \mathbb{P}_i \mu^{(i)} \right] \left[\mu^{(i)} - \sum_{i=1}^k \mathbb{P}_i \mu^{(i)} \right]^T.$$

En el contexto de los modelos de alerta temprana, el problema se simplifica dado que $k = 2$ (las entidades financieras pertenecen al grupo de entidades quebradas o al grupo de entidades vigentes) y los escalares \mathbb{P}_i que deben definir los expertos se reducen

simplemente a \mathbb{P}_1 y \mathbb{P}_2 ($\mathbb{P}_2 = 1 - \mathbb{P}_1$); es decir, señalar el riesgo sistémico en el sistema financiero, en base a su experiencia, el resultado de la supervisión in-situ u otra información privilegiada que les llevó a escoger un valor para la probabilidad \mathbb{P}_1 .

Esta investigación sugiere utilizar factores robustos para calcular la función discriminante Bayes-Fisher. De esta forma, la función discriminante bayesiana combinará los factores robustos con los criterios expertos de los supervisores financieros a través de las probabilidades a priori \mathbb{P}_i , y permitirá diferenciar entre entidades en buen estado financiero y aquellas con problemas financieros potenciales.

La clasificación del modelo de alerta temprana se obtiene con las puntuaciones $f(u)$ de la función discriminante Bayes-Fisher de factores robustos,

$$f(u) = \mathbb{P}_1 \mathbb{P}_2 (\mu^{(1)} - \mu^{(2)}) (\mathbb{P}_1 \Sigma^{(1)} + \mathbb{P}_2 \Sigma^{(2)})^{-1} (\mu^{(1)} - \mu^{(2)})$$

después de calcular el umbral de clasificación \mathcal{U} ,

$$\mathcal{U} = \mathbb{P}_2 u(\mu^{(1)}) + \mathbb{P}_1 u(\mu^{(2)})$$

Las entidades con una puntuación discriminante por debajo del umbral ($f(u) < \mathcal{U}$), serán aquellas con problemas financieros potenciales.

3. Aplicación

En esta sección se ejemplifica el uso del modelo de supervisión desarrollado en la sección anterior y se evalúa la capacidad de éste para detectar correctamente a entidades con problemas potenciales.

Se utilizó información de 10 indicadores financieros de entidades vigentes y quebradas en el sistema financiero de Bolivia durante el año 2003, debido a que en este país la autoridad de supervisión intervino y liquidó 3 entidades financieras en el año 2003, y dos más en los años 2004 y 2008. Estas cinco entidades formaron el grupo 1 (entidades intervenidas), mientras que el grupo 2 estuvo compuesto por 45 entidades vigentes que a la fecha de corte no mostraron problemas financieros⁵. Los indicadores financieros de estas entidades, utilizados en la construcción del modelo de alerta temprana, pueden verse en la tabla 1.

⁵Las entidades intervenidas fueron Mutual Tarija, Mutual Manutata, Mutual del Pueblo, Cooperativa Trapetrol Oriente y Mutual Guapay. Las entidades vigentes en el sistema financiero son: Banco Nacional de Bolivia, Banco Mercantil Santa Cruz, Banco Bisa, Banco de Crédito de Bolivia, Banco Unión, Banco Económico, Banco Ganadero, Banco Solidario, Banco Los Andes Procredit, Banco de la Nación Argentina, Banco do Brasil, Citibank, Ecofuturo, Prodem, Fassil, Fondo de la Comunidad, Fortaleza, Mutual La Primera, Mutual La Paz, Mutual Promotora, Mutual El Progreso, Mutual La Plata, Mutual Potosí, Mutual Paititi, Mutual Pando, Cooperativa Jesús Nazareno, Cooperativa Fátima, Cooperativa San Martín de Porres, Cooperativa San Antonio, Cooperativa Inca Huasi, Cooperativa Quillacollo, Cooperativa San José de Punata, Cooperativa Loyola, Cooperativa Pió X, Cooperativa El Chorolque, Cooperativa San Pedro, Cooperativa Catedral, Cooperativa Comarapa, Cooperativa Trinidad, Cooperativa Educadores Gran Chaco, Cooperativa San Mateo, Cooperativa Monseñor Félix, Cooperativa Magisterio Rural, Cooperativa San José de Bermejo, Cooperativa San Joaquín, Cooperativa San Roque, Cooperativa Asunción, Cooperativa Catedral de Tarija.

Tabla 1. Indicadores financieros analizados

<i>Indicador financiero</i>	
1	Coficiente de adecuación patrimonial
2	Coficiente de adecuación patrimonial primario
3	Coficiente de adecuación patrimonial incluyendo riesgo cambiario
4	Cartera vencida sobre capital
5	Rendimientos antes de impuestos sobre activo
6	Margen financiero sobre margen operativo
7	Activos líquidos sobre activos totales
8	Resultados acumulados sobre activo
9	Activo menos pasivo, sobre pasivo
10	Posición en moneda extranjera sobre capital

Tabla 2. Diagnósticos de multicolinealidad

$\kappa(x)$	<i>Proporción de varianza de cada Indicador financiero</i>									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00	0.01
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	0.40
5	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.16
7	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.15	0.00	0.01	0.01	0.02
10	0.00	0.00	0.02	0.37	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.22
23	0.12	0.00	0.03	0.12	0.00	0.00	0.00	0.01	0.34	0.09
30	0.08	0.00	0.93	0.49	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.08
39	0.03	0.32	0.00	0.02	0.02	0.01	0.00	0.07	0.54	0.02
81	0.01	0.02	0.00	0.00	0.01	0.09	0.93	0.03	0.03	0.00
140	0.75	0.63	0.01	0.00	0.98	0.46	0.07	0.88	0.07	0.00

Tabla 3. Análisis factorial

<i>Factor</i>	<i>Varianza</i>	<i>Proporción</i>
Factor 1	0.1689	0.9221
Factor 2	0.0142	0.0778
<i>Total</i>	<i>0.1831</i>	<i>0.9999</i>

3.1. Valores extremos y matriz varianza-covarianza robusta

En la figura 1 se muestran los diagramas de caja de los indicadores financieros analizados. En todos los casos, se observan observaciones anómalas en los valores de cada indicador, particularmente en el indicador de margen financiero sobre margen operativo (indicador 6). A nivel multivariante, la distancia de Mahalanobis permite también detectar la presencia de observaciones aberrantes⁶.

Para evitar la distorsión de estas observaciones, se calculó la matriz varianza robusta MCD con los 10 indicadores financieros. En la figura 2 los diagramas de

contorno muestran que esta matriz robusta reduce el efecto distorsionador de los *outliers* sobre los indicadores financieros, ya que éstos están más próximos a su tendencia central, particularmente el indicador 6 (la distorsión de este indicador se observa como un rombo en los gráficos de contorno).

3.2. Multicolinealidad y Análisis factorial

La tabla 2 muestra el análisis de multicolinealidad entre los indicadores financieros, empleando el criterio de descomposición de varianza de Belsley et al. (1980). Los resultados muestran que, para un índice de condición de $\kappa(x) = 140$, los indicadores

⁶La distancia de Mahalanobis evalúa la posición de cada observación comparada con el centro de todas las observaciones en un conjunto de variables (véase Hair et al., 1984).

⁷La condición conjunta $\kappa(x) > 30$ y valores de proporción de varianza mayores a 0.5 diagnostican la presencia de fuertes relaciones de colinealidad.

financieros 1, 2, 5 y 8 son altamente colineales⁷.

Aunque podría solucionarse la multicolinealidad descartando estos indicadores, no parece razonable eliminar del análisis variables como el coeficiente de adecuación patrimonial (indicador 1) o el coeficiente de adecuación patrimonial primario (indicador 2), ya que estos representan dos de las principales medidas que evalúan internacionalmente los supervisores, ya que miden la cantidad de capital y capital primario que las entidades financieras deben tener como proporción de sus activos ponderados por riesgo en caso de pérdidas inesperadas.

El análisis factorial permitió resolver el problema de multicolinealidad sin necesidad de descartar indicadores, ya que resumió la colinealidad entre los indicadores financieros en factores financieros.

En la figura 3 y la tabla 3 se observan los resultados del análisis factorial robusto. El gráfico de sedimentación sugirió escoger dos factores, ya que los *eigenvalores* de ambos factores se encuentran por encima del promedio y después del segundo *eigenvalor* se observa una sedimentación (figura 3). La tabla 3 muestra que estos dos factores robustos explican 99 por ciento de la varianza de los indicadores financieros analizados.

En la figura 3 se observa que los indicadores financieros 1, 2 y 9 se relacionan con el factor robusto 2, mientras que los indicadores 4 y 6 están más relacionados con el factor robusto 1, indicando que el factor 1 representa los activos y rendimientos de las entidades del sistema financiero, mientras que el factor 2 representaría el capital y la liquidez de cada entidad financiera.

3.3. Funciones discriminantes Bayes-Fisher

Los factores financieros robustos se utilizaron en la función discriminante Bayes-Fisher para obtener puntuaciones discriminantes $f(u)$ que permitan diferenciar entre entidades sin problemas y entidades con problemas financieros potenciales. En el cálculo, las probabilidades a priori se establecieron iguales a 0.5 ($\mathbb{P}_1 = \mathbb{P}_2 = 0,5$), *i.e.* se utilizó una equiprobabilidad de riesgo sistémico, que es una estrategia que puede emplearse si no se quiere introducir criterios subjetivos dentro del modelo o no se cuenta con información suficiente para escoger un valor \mathbb{P}_1 .

⁸El método *holdout* aísla una sola observación del conjunto y estima la función discriminante con las restantes, luego utiliza los resultados para clasificar la observación no considerada. El procedimiento se repite iterativamente para todas las observaciones, por lo que la estimación y la evaluación no se realizan con el mismo conjunto de datos.

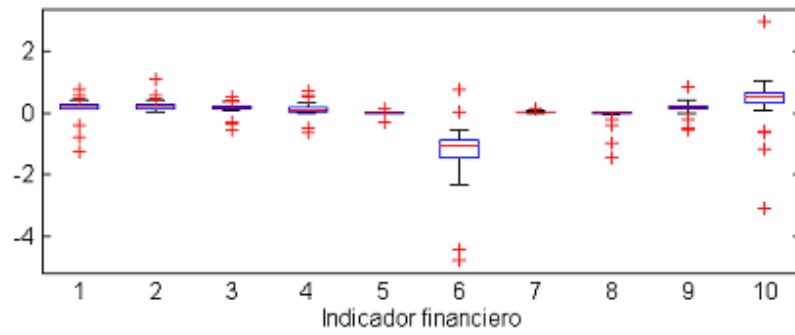
La figura 4 muestra las densidades de probabilidad calculadas con las puntuaciones discriminantes Bayes-Fisher robustas, tanto para el grupo de entidades quebradas (grupo 1) como para el grupo de entidades vigentes (grupo2). Las densidades se diferencian claramente entre sí (figura 4a), existiendo una leve sobre-posición de las colas de las distribuciones alrededor de cero (figura 4b). La densidad de las puntuaciones del grupo de entidades vigentes se distribuye principalmente en \mathbb{R}^+ , mientras que la densidad de las entidades intervenidas se encuentra en general por debajo de cero (figura 4b). En la figura 5 se observa que, exceptuando una entidad, las puntuaciones de las entidades quebradas se separan notoriamente del grupo de entidades vigentes, por lo que la función discriminante separó exitosamente a las entidades con problemas financieros.

El umbral de clasificación y las puntuaciones discriminantes de las entidades que superan este umbral se observan en la figura 6. El criterio de alerta temprana, para este modelo, se obtiene identificando entidades cuya puntuación discriminante esta por debajo del umbral de clasificación $\mathcal{U} = -0.9228$ (en este caso, 4 entidades).

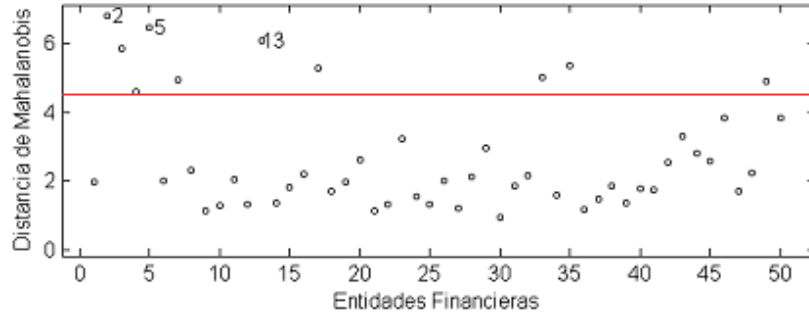
3.4. Evaluación del modelo de alerta temprana

Para evaluar la adecuabilidad del modelo de supervisión propuesto, se calculó una matriz de clasificación con el método *holdout* y a partir de esta matriz se obtuvieron los errores de clasificación del modelo⁸.

La tabla 4 muestra que el modelo de alerta temprana clasificó correctamente 45 de las 45 entidades vigentes, pero clasificó erróneamente como vigente una de las entidades intervenidas. La tasa de error global del modelo es del 2 por ciento (1/50), sugiriendo una buena clasificación global de la función Bayes-Fisher robusta. La tasa de error parcial del grupo 1 es del 20 por ciento, debido a que una entidad de las 5 intervenidas fue erróneamente clasificada como vigente. Este error puede deberse a que la entidad erróneamente clasificada fue intervenida en el año 2004, y si bien ya presentaba problemas financieros el año 2003, es posible que estos no fueran lo suficientemente severos como para justificar su intervención inmediata.

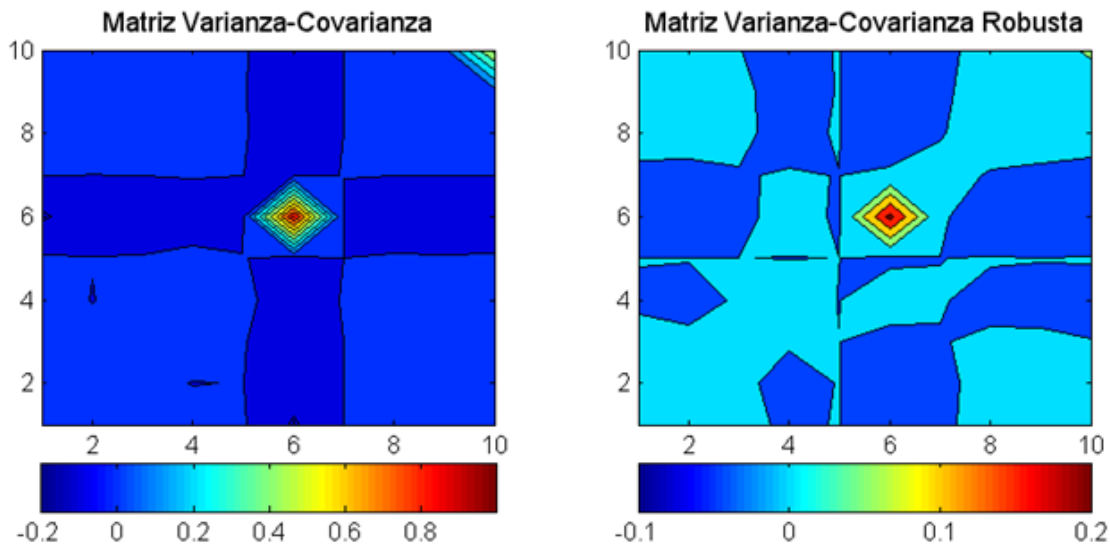


(a)



(b)

(a) Diagramas de caja de los diez indicadores financieros analizados y (b) distancias de Mahalanobis de los indicadores para cada entidad financiera



Diagramas de contorno de la matriz varianza-covarianza y la matriz varianza covarianza robusta de los indicadores financieros.

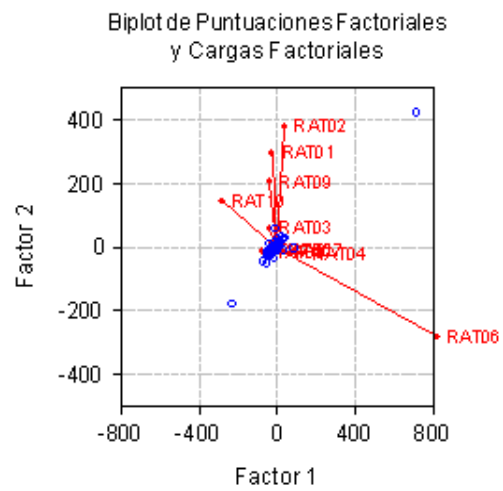
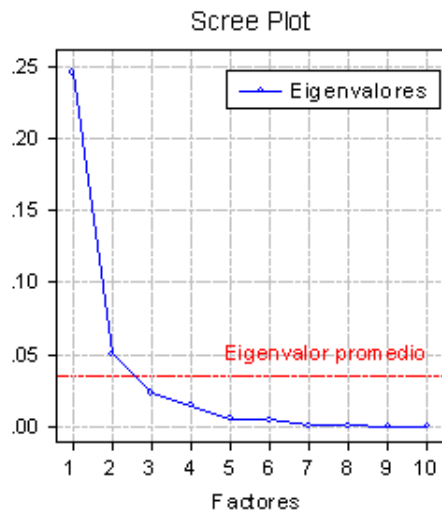
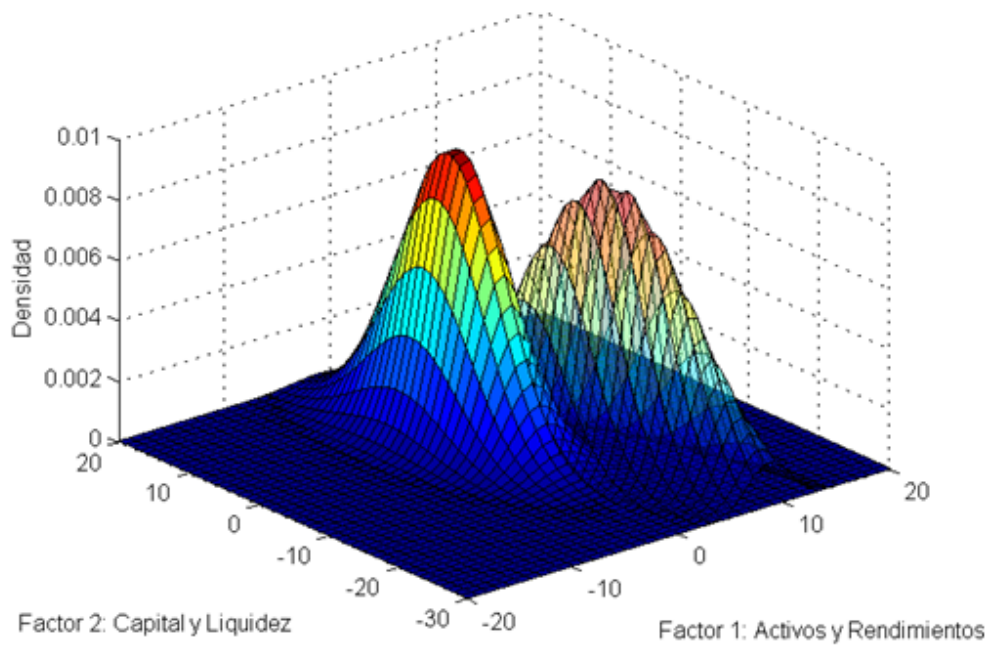
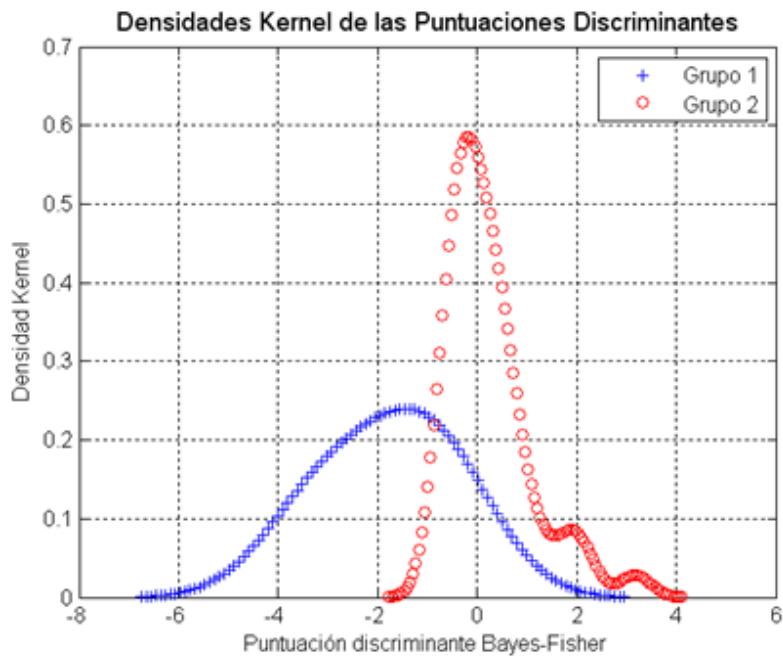


Diagrama de sedimentación y biplot del análisis factoria

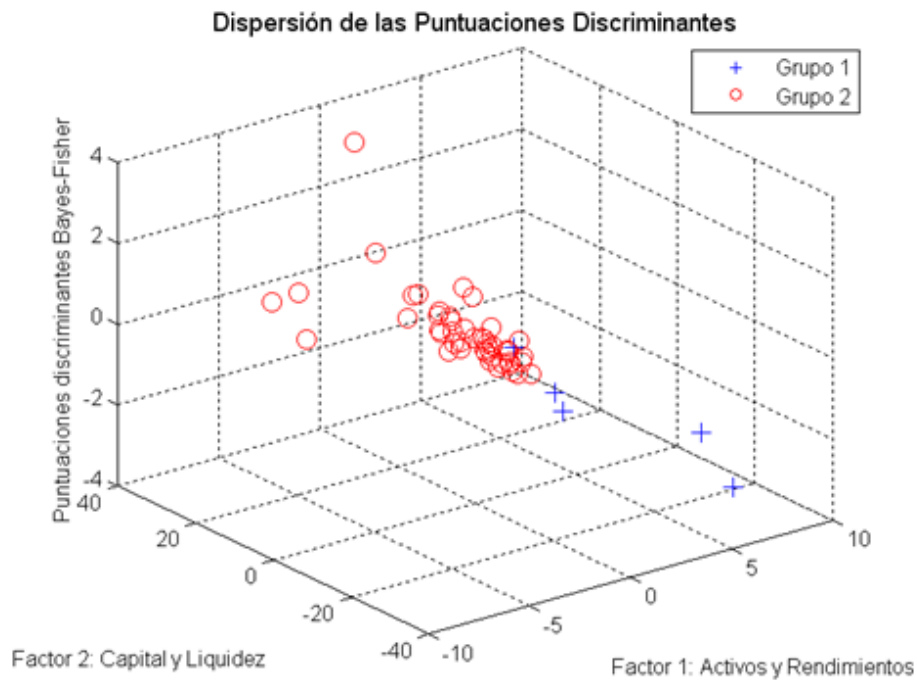
Densidades de probabilidad para cada grupo



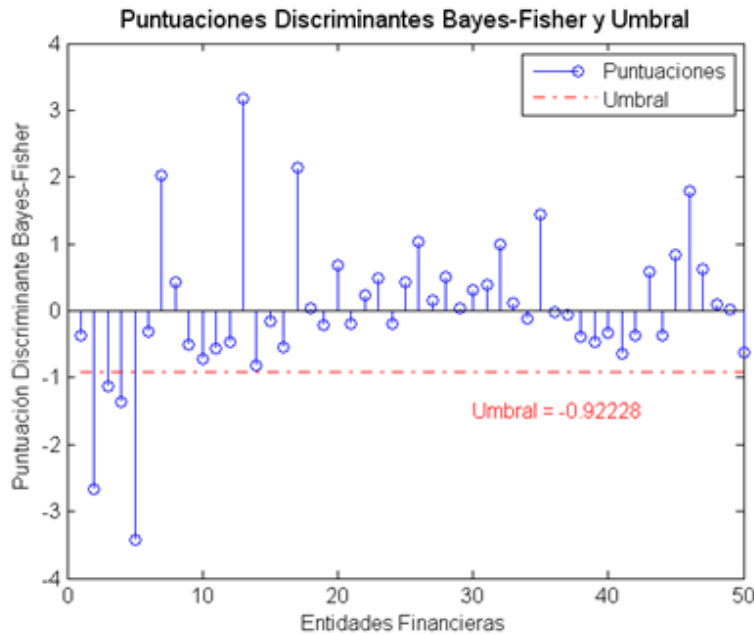
Densidades de probabilidad de las puntuaciones discriminantes de cada grupo de entidades. Grupo 1: entidades intervenidas (quebradas). Grupo 2: entidades vigentes



Puntuaciones discriminantes de las entidades financieras y factores robustos. Grupo 1: entidades intervenidas (quebradas). Grupo 2: entidades vigentes



Puntuaciones discriminantes de las entidades financieras y factores robustos. Grupo 1: entidades intervenidas (quebradas). Grupo 2: entidades vigentes



Puntuaciones discriminantes y umbral de clasificación para cada entidad financiera

Tabla 4. Matriz de clasificación

Grupo	1 (intervenidas)	2 (vigentes)
1 (intervenidas)	4	1
2 (vigentes)	0	45

Tabla 5. Errores de clasificación

Errores de clasificación	Tasas de error (en porcentaje)
Error global	2
Error grupo 1	20
Error grupo 2	0

Además de las matrices de confusión, Martínez (1999) recomienda evaluar estadísticamente la validez incremental de un modelo, i.e. las clasificaciones correctas esperables por encima de las debidas al azar. Para evaluar estadísticamente esta validez puede utilizarse el estadístico $Q = [(N - nk)^2]/[N(k - 1)]$, en el que n es el número de observaciones correctamente clasificadas del total N y k es el número de grupos. Bajo la hipótesis nula de clasificaciones no significativamente mejores que las esperables por azar, el estadístico sigue una distribución χ^2 con 1 grado de libertad.

Para la clasificación producida por el modelo de alerta temprana Bayes-Fisher robusto, el estadístico Q resulta igual a $2304/50 = 46.08$, y ya que el valor crítico de la distribución χ^2 al 99% es 6.6349, la hipótesis nula de clasificación no significativamente mejor que el azar puede rechazarse a niveles de significancia menores al 1 por ciento, confirmando la

capacidad del modelo de supervisión para realizar una clasificación de alerta temprana.

4. Conclusión

En esta investigación se propuso un modelo de alerta temprana basado en una función discriminante Bayes-Fisher robusta. Los resultados de experimentos de clasificación y del estadístico Q mostraron la capacidad de este modelo para detectar correctamente a entidades intervenidas, lo que permite concluir que el modelo propuesto puede ser utilizado por los supervisores como una herramienta macroprudencial adicional para identificar anticipadamente a entidades susceptibles de mostrar problemas financieros.

La característica más relevante del modelo propuesto es que permite incluir cuantitativamente la ex-

perencia y la opinión de los supervisores sobre la probabilidad de riesgo sistémico. Esta particularidad puede significar un avance sobre las prácticas de supervisión tradicionales, ya que un modelo que se actualiza con opiniones expertas además de datos observados puede adaptarse fácil y rápidamente a condiciones cambiantes del entorno financiero e integrar riesgos adicionales no explicitados⁹.

Futuras investigaciones pueden extender el modelo de funciones discriminantes para incluir variables que representen la estructura del sistema financiero. Si no se quiere incluir las opiniones de los supervisores, también es posible calcular las probabilidades de riesgo sistémico a partir de un conjunto de variables macro-prudenciales, como e.g. el ciclo económico, que al contraerse reduce el valor de los activos, los volúmenes de crédito y los ingresos. Este enfoque enlazaría el comportamiento macroeconómico con el comportamiento microeconómico de cada entidad financiera.

Referencias

- [1] Altman, Edward I. (1968), Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy, *Journal of Finance*: 189–209.
- [2] Belsley, David. A., Edwin Kuh, and Roy. E. Welch (1980), *Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Source of Collinearity*, John Wiley, New York.
- [3] Hand, D. J. (1981), *Discrimination and Classification*, Ed. Jhon Wiley & Sons, pp. 218.
- [4] Hair, Joseph, Rolph Anderson, Ronald Tatham, William Black (1984), *Multivariate Analysis*, 5th Edition, Prentice Hall, pp. 730
- [5] Everitt, B.S. (1984), *An Introduction to Latent Variable Models*, Monographs on Statistics and Applied Probability, Chapman-Hall, London, pp.107.
- [6] Gramlich, Dieter, Gavin L. Miller, Mikhail V. Oet, Stephen J. Ong (2010), Early warning systems for systemic banking risk: critical review and modeling implications, *Banks and Bank Systems*, Volume 5, Issue 2, pp. 199-211.
- [7] Huang, Xiang-Ning, Bai-Bing Li (1991), A New Discriminant Technique: Bayes-Fisher Discrimination, *Biometrics*, Vol. 47, No. 2, 741-744
- [8] Hubert, Mia, Katrien Van Driessen (2004), Fast and Robust Discriminant Analysis, *Computational Statistics and Data Analysis*, 45, 301-320.
- [9] Jagtiani, Julapa, James Kolari, Catharine Lemieux, and Hwan Shin (2003), Early warning models for bank supervision: Simpler could be better, *Economic Perspectives*, issue Q III, pages 49-60
- [10] Jobson, J.D. (1992), *Applied Multivariate Data Analysis*, Volume II: Categorical and Multivariate Methods, Ed. Springer-Verlag, Springer Texts in Statistics, pp.731.
- [11] Kim, Jae-on, Charles W. Mueller (1994), Factor Analysis Statistical Methods and Practical Issues, in *Factor Analysis & Related Techniques - International Handbooks of Quantitative Applications in the Social Sciences*, SAGE Publications, Vol. 5, 75-155.
- [12] Martínez, Rosario (1999), El Análisis Multivariante en la Investigación Científica, *Cuadernos de Estadística*, Ed. La Muralla, Madrid, 1era Edición, pp. 143.
- [13] Pison, Greet, Peter Rousseeuw, Peter Filzmoser, Christophe Croux (2001), Robust Factor Analysis, *Journal of Multivariate Analysis*, 84, 145-172.
- [14] Rose, Andrew K., Mark M. Spiegel (2009), Could an early warning system have predicted the crisis?, *Vox research-based analysis and commentary*.
- [15] Rousseeuw, Peter J., Katrien Van Driessen (1999), A Fast Algorithm for the Minimum Covariance Determinant Estimator, *American Technometrics*, Vol 41, No. 3, 212-223

⁹El modelo Bayes-Fisher de factores robustos supera también dos críticas a los modelos de alerta temprana. La primera crítica señala que los modelos de alerta temprana son dependientes de los datos al suponer que el pasado se repetirá en el futuro. Esta crítica no es directamente aplicable al modelo presentado, ya que la experiencia del pasado que reflejan los datos se actualiza constantemente con la opinión de los supervisores sobre la probabilidad actual de riesgo sistémico. La segunda crítica, referida a la posibilidad de que los modelos de alerta temprana envíen señales de falsa alarma que podrían llevar al supervisor a tomar acciones que amplifiquen los riesgos sistémicos, se soluciona con el modelo presentado porque, si los supervisores consideran que el modelo está dando una señal falsa, pueden incluir esta percepción asignando un valor bajo de probabilidad sistémica y verificar si, una vez combinando esta percepción subjetiva con los datos, existe aún señales de riesgo.